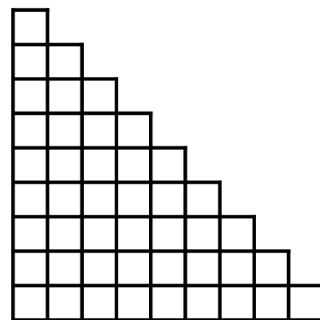


17. ПЛОСКИЕ ГРАФЫ

1 Вовочка вырезал из волейбольной сетки кусок (см. рисунок) и, когда на него начали ругаться, заявил, что это материал для занятий теорией графов: узлы сетки — это вершины, а соединяющие их верёвочки — рёбра. Чтобы продемонстрировать свои знания, Вовочка заявил, что в этом графе рёбер на 45 больше, чем вершин. Не ошибается ли Вовочка?

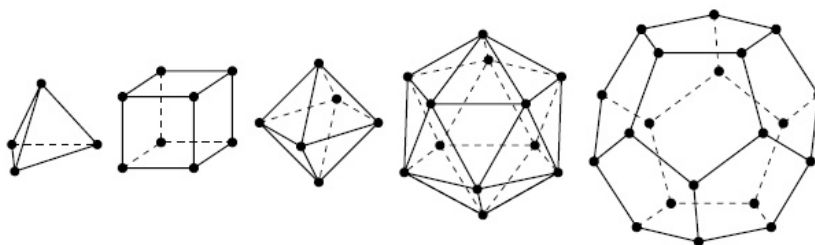


2 Справа нарисован план квартиры мечты Наталии Павловны. Она состоит из квадратных комнат, между каждыми двумя соседними из которых есть запертая дверь. Какое наименьшее число дверей нужно открыть, чтобы кот, отдыхающий в одной из комнат, мог гулять по всей квартире?

3 Ниже изображены правильные многогранники. Но, с другой стороны, это графы.

а) Нарисуйте эти графы на плоскости так, чтобы их рёбра не пересекались.

б) Посчитайте для каждого из них число вершин, рёбер и граней и вычислите $B-P+Г$.



Плоским графом будем называть нарисованный на плоскости граф, рёбра не пересекаются.

Гранями плоского графа называются куски, на которые его рёбра разбивают плоскость. Например, у плоского графа, изображённого справа сверху 46 граней. (Согласны?)

Планарным графом называется граф, который можно изобразить на плоскости в виде плоского графа. Можно сказать, что планарный граф изоморфен некоторому плоскому графу.

4 а) В связном графе $B=10$, из каждой вершины выходит 3 ребра. Найдите P .

б) В плоском графе все 10 граней — треугольники. Найдите P .

5 Шесть человек встали в круг. Оказалось, что каждый знаком с обоими своими соседями, а также с человеком, стоящим напротив него. Является граф знакомств этой компании планарным?

6 У Наталии Павловны есть игра «Туми иши» из 16 многогранников. Как вы думаете:

а) для каждого ли из них соответствующий граф вершин и рёбер является планарным?

б) чего у каждого из этих многогранников больше: рёбер, вершин или граней?

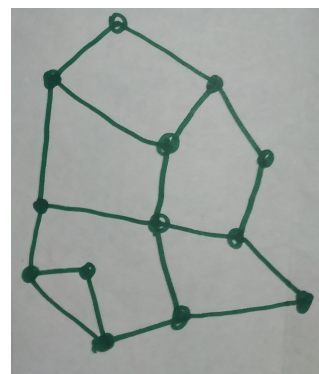
7 Справа нарисованы дачные участки, разделённые 18 заборами. На каждом заборе между двумя участками сидит мальчишка. Рассмотрим два графа: Граф (1): вершины — это столбы (выделенные рными точками), рёбра — соединяющие их заборы.

Граф (2): вершины — участки, а ребром соединены соседние участки.

а) Изобразите второй граф. Является ли он планарным?

б) Как связаны между собой вершины, рёбра и грани двух этих графов и как связаны их количества?

Граф (2) из предыдущей задачи называется *двойственным* к исходному плоскому графу (1).



8 Нарисуйте двойственные графы для а) всех деревьев с четырьмя вершинами;

б) цикла с пятью вершинами; в) любых двух правильных многогранников.

9 Футбольный мяч шит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?